

KockaKobak Országos Matematikaverseny

7. osztály

2012. november 12.

Feladatok:

PÉCSI ISTVÁN, középiskolai tanár

SZÉP JÁNOS, középiskolai tanár

Lektorok:

LADÁNYI ANDREA, középiskolai tanár

TÓTH JÁNOS, középiskolai tanár

TÓTH JÁNOSNÉ, középiskolai tanár

Anyanyelvi lektor:

ASZÓDINÉ KOVÁCS MÁRIA



KOCKAKOBÁK
Országos Matematikaverseny

www.KockaKobak.hu

AE Lovász László – Pelikán József – Vesztergombi Katalin: „Diszkrét matematika” című könyvének számozása a 6. oldalon kezdődik és a 296. oldalon végződik. Az utolsó két számozott oldal egy lapon van.

Hány olyan lap van a könyv utolsó 50 lapja közül, melynek két oldalán szereplő oldalszámok számjegyeinek összege egyenlő 2 valamelyik hatványával?

GQ: PASSZ IM: 1 JQ: 0 TC: 2

AK Hányféleképpen olvasható ki a táblázatból a "KOCKAKOBAK" szó, ha csak jobbra vagy lefelé léphetünk?

K	O	C				
O	C	K				
C	K	A				
K	A	K	O	B	A	K
				A	K	
				K		

HU: 64 LA: PASSZ OA: 24 TO: 40

AQ Egy egyenlő szárú háromszög egyik szöge 58° .
Hány fok lehet a másik két szögének különbsége?

JE: 0° vagy 36° LM: 0° vagy 6° RS: PASSZ VQ: 6° vagy 36°

AW Mennyi a $22^{2012} - 2012^{22}$ szám utolsó számjegye?

DE: 2 HC: PASSZ UY: 4 ZO: 0

BC Egy digitális órán, mely órákat és percekét mutat 15:46 formában, egy teljes nap alatt összesen mennyi ideig láthatunk olyan időpontot, melyben egyszerre a 3-as és a 8-as számjegy is előfordul, de nem ugyanannyiszor?

AW: 6 percig CG: 4 percig MQ: 7 percig UG: PASSZ

BO Hófehérke keddtől a következő hétfőig, hét napon keresztül főzte be a hét törpe által gyűjtött erdei gyümölcsöket. Szerdától kezdve minden nap eggyel több üveg befőttet készített, mint az azt megelőző nap. Mikor elkészült, a befőttet igazságosan szétosztotta a törpék között. (Azaz minden törpe ugyanannyi üveg befőttet kapott, és az elkészült befőttök egyformák.)

Melyik nap főzött be Hófehérke éppen annyi befőttet, amennyi egy törpének jutott?

AK: csütörtökön CS: pénteken PE: PASSZ XS: szombaton

BU Adjuk össze az első 2013 prímszámot, valamint az első 1007 prímszámot.

A kapott összegek párosak vagy páratlanok?

GW: Mindkettő páratlan JK: Egyik páros, LG: PASSZ RG: Mindkettő páros
a másik páratlan

CA Józsi bácsinak is, Laci bácsinak is négyzet alakú kertje van. Mindkét négyzet oldalának hossza méterben mérve egész szám, a két kert területének különbsége 40 m^2 . Hány méter nem lehet Laci bácsi négyzet alakú kertjének az oldala?

BO: PASSZ NC: 11 SW: 7 YE: 10

CG Mennyi a $18^{2012} - 2012^{18}$ szám utolsó számjegye?

DE: 6 HC: 0 UY: PASSZ ZO: 2

CM A Karethia bolygón a négy általunk ismert alapműveleten kívül még van kettő: a „ \circ ” és a „ \triangle ”. A „ \circ ” azt jelenti, hogy a két szám szorzatából kivonjuk a nagyobb számot; a „ \triangle ” pedig azt, hogy a két szám szorzatából kivonjuk az első kétszeresét. Mennyi lesz a következő kifejezés értéke?

$$(3\circ 9)\triangle(5\circ 3)$$

KO: PASSZ RM: 162 VK: 160 YK: 144

CY A derékszögű koordináta-rendszerben tekintsük a $(-2; -1)$, $(-2; 2)$, $(1; -1)$, $(1; 2)$ csúcsú négyzet oldalain és belsejében található rácspontokat. (A rácspont olyan pont, melynek mindkét koordinátája egész szám.)

Hány olyan négyzet van, melynek minden csúcsa az előbbi rácspontok valamelyike, és a négyzet oldala párhuzamos valamelyik koordinátatengellyel?

CA: 10 EI: 14 SE: 13 YQ: PASSZ

CS Hányféleképpen olvasható ki a táblázatból a "KOCKAKOBAK" szó, ha csak jobbra vagy lefelé léphetünk?

K	O	C					
O	C	K					
C	K	A	K				
			O	B	A	K	
			B	A	K		
			A	K			
			K				

HU: 48 LA: 24 OA: 64 TO: PASSZ

DE Írjuk le egymás után az összes egész számot 1-től 2013-ig:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 ... 2012 2013

A számok közötti üres helyek mindegyikére tetszés szerint írjunk "+" vagy "-" jelet, így egy összeget kapunk. Mennyi nem lehet a kapott összeg?

AQ: PASSZ DW: 1006 ME: 1005 PK: -1007

DK Anna arra volt kíváncsi, hogy az osztálytársainak születésnapja az idén a hét melyik napjára esik. Mikor ezt elmesélte Gergőnek, Gergő a következőket mondta: "Az osztályodba éppen annyi diák jár, hogy bár nem tudom, kinek mikor van a születésnapja, mégis biztosan van a hétnek olyan napja, amelyikre legalább négy születésnap esik. Viszont ha eggyel többen lennétek, akkor már legalább öt diákról mondhatnánk el ugyanezt."

Hány diák jár Anna osztályába?

EC: PASSZ FM: 28 MW: 25 NU: 12

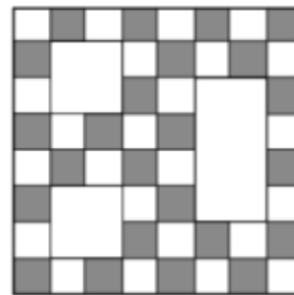
DQ Egy digitális órán, mely órákat és percekét mutat 15:46 formában, egy teljes nap alatt összesen mennyi ideig láthatunk olyan időpontot, melyben egyszerre a 4-es és a 9-es számjegy is előfordul, de nem ugyanannyiszor?

AW: 3 percig CG: 6 percig MQ: PASSZ UG: 4 percig

DW Egy egyenlő szárú háromszög egyik szöge 48° .
Hány fok lehet a másik két szögének különbsége?

JE: PASSZ LM: 6° vagy 36° RS: 0° vagy 6° VQ: 0° vagy 36°

- EC** Egy papír sakktáblából kivágtunk néhány mezőt, így a következő táblát kaptuk. (A kivágott mezőket fehérrel jelöltük az ábrán.) Legfeljebb hány vezért tudunk elhelyezni az új táblán úgy, hogy egyik se tudja leütni a másikat?



(A vezér minden irányban, tehát vízszintesen, függőlegesen és átlósan is tud lépni akárhány lépést, de a kivágott mezőkön nem tud áthaladni.)

CY: PASSZ FY: 9 LY: 8 XA: 10

- EI** Józsi bácsinak is, Laci bácsinak is négyzet alakú kertje van. Mindkét négyzet oldalának hossza méterben mérve egész szám, a két kert területének különbsége 72 m^2 .
Hány méter nem lehet Laci bácsi négyzet alakú kertjének az oldala?

BO: 11 NC: 14 SW: 7 YE: PASSZ

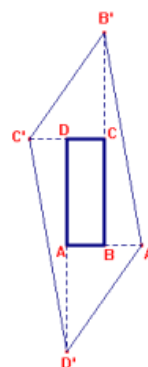
- EO** Hány olyan négyjegyű szám van, amely csak az 1, 2 és 4 számjegyeket tartalmazza, de mindegyiket legalább egyszer?

EU: PASSZ NI: 36 PW: 33 US: 30

- EU** Szorozzuk össze az összes olyan egész számot, amely 100-nál nagyobb, de 150-nél nem nagyobb. Hány nullára végződik a szorzat?

HO: 13 KU: PASSZ SK: 10 VE: 12

- FA** Az $ABCD$ téglalap A csúcsának B -re vonatkozó tükörképe A' , B csúcsának C -re vonatkozó tükörképe B' , a C D -re vonatkozó tükörképe C' , a D A -ra vonatkozó tükörképe D' .
Hány dm^2 az $A'B'C'D'$ négyszög területe, ha az $ABCD$ téglalap területe 7 dm^2 ?

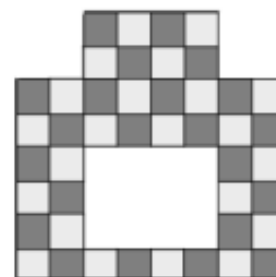


GK: 21 NO: PASSZ PQ: 28 SQ: 35

- FG** Mennyi a következő szorzat értéke? $\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{2012}\right)$

EO: PASSZ KC: 1006 MK: 1005,5 WO: 1006,5

- FM** Egy papír sakktáblából kivágtunk néhány mezőt, így a következő táblát kaptuk. (A kivágott mezőket fehérrel jelöltük az ábrán.) Legfeljebb hány vezért tudunk elhelyezni az új táblán úgy, hogy egyik se tudja leütni a másikat? (A vezér minden irányban, tehát vízszintesen, függőlegesen és átlósan is tud lépni akárhány lépést, de a kivágott mezőkön nem tud áthaladni.)



CY: 8 FY: 10 LY: PASSZ XA: 9

FS A következő felírásban azonos betűk azonos számjegyeket, különböző betűk különböző számjegyeket, a pontok szorzást jelentenek. Mennyi a szorzat lehető legkisebb értéke, ha tudjuk, hogy a szorzat pozitív?

$$B \cdot I \cdot M \cdot M \cdot B \cdot A \cdot M \cdot M$$

DK: 60 KI: 48 RA: 2880 UA: PASSZ

FY A derékszögű koordináta-rendszerben tekintsük a $(-1; -2)$, $(-1; 1)$, $(2; -2)$, $(2; 1)$ csúcsú négyzet oldalain és belsejében található rácspontokat. (A rácspont olyan pont, melynek mindkét koordinátája egész szám.)

Hány olyan négyzet van, melynek minden csúcsa az előbbi rácspontok valamelyike, és a négyzet oldala párhuzamos valamelyik koordinátatengellyel?

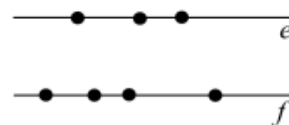
CA: PASSZ EI: 13 SE: 10 YQ: 14

GE A Karethia bolygón a négy általunk ismert alpműveleten kívül még van kettő: a „ \circ ” és a „ \triangle ”. A „ \circ ” azt jelenti, hogy a két szám szorzatából kivonjuk a nagyobb számot; a „ \triangle ” pedig azt, hogy a két szám szorzatából kivonjuk az első kétszeresét. Mennyi lesz a következő kifejezés értéke?

$$(4 \circ 8) \triangle (5 \circ 3)$$

KO: 192 RM: 144 VK: PASSZ YK: 216

GK Legyen adott az ábra szerint az e egyenesen három, az e -vel párhuzamos f egyenesen pedig négy, azaz összesen hét pont. Hány olyan háromszög van, melynek mindhárom csúcsa az előbbi hét pont valamelyike?

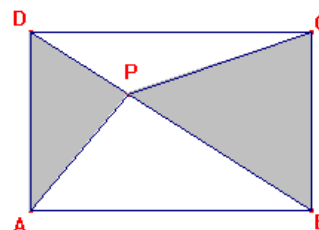


FS: 35 OY: 30 QC: PASSZ XM: 25

GQ Hetedhét országban Szeptim király trónra kerülésének hetedik évfordulójára olyan sorszámozott érméket bocsátanak ki, melyeken a sorszám csak az 1, 2, 3, 4, 5, 6 és 7 számjegyeket tartalmazza, mindegyiket pontosan egyszer. Az érméket sorszámuk szerint növekvő sorrendbe rakják. Szeptima, a király leánya éppen 14 éves, ezért ő kapja a 14. érmét. Mi ennek az érmének a sorszáma?

BC: 1236547 DQ: 1236475 IA: 1236457 OG: PASSZ

GW Zita és Nóri egy 1200 m^2 területű téglalap alakú kertet örökölt nagybácsijától. (A kert alaprajza az ábrán látható $ABCD$ téglalap.) A végrendelet szerint, ha a téglalap BD átlójának D -hez közelebbi harmadoló pontja P , akkor Nórié a PBC és a PDA háromszög. Hány m^2 Nóri örökségének területe (a PBC és a PDA háromszög összterülete)?



FA: PASSZ IS: 600 TU: 400 XY: 800

HC Írjuk le egymás után az összes egész számot 1-től 2015-ig:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 ... 2014 2015

A számok közötti üres helyek mindegyikére tetszés szerint írjunk "+" vagy "-" jelet, így egy összeget kapunk. Mennyi nem lehet a kapott összeg?

AQ: 1007 DW: -1012 ME: 1008 PK: PASSZ

HO Kati havonta egyszer vesz ruhát, és egy-két hetente vásárol a helyi kisboltban. Eddig készpénzben fizetett, amihez havonta egyszer bement a bankba, és 700 forint kezelési költségért vette ki a bankból havi fizetését. Most azon gondolkodik, hogy bankkártyát igényel a KockaBanktól. A kártya éves díja 3600 Ft. Minden hónapban az első kártyás fizetés díja 200 forint, a további kártyás vásárlásokért pedig az előző kártyás fizetés díjának felét számlázza ki a bank. Jól jár-e Kati az adott vásárlási szokásai mellett, ha áttér a bankkártyás fizetésre?

BU: Nem IY: Igen, minden OS: A bevásárlások gyakoriságától XG: PASSZ
jár jól. hónapban biztosan spórol. függ, hogy jól jár-e.

HU Gergő, Jani és Tibi, a 7. b osztály három oszlopos tagja Márton-napi libalakovára volt hivatalos az osztály lányaihoz. Fele annyi olyan lány volt, aki pontosan egy fiút hívott meg közülük, mint ahány mindhárom fiút meghívta, és harmad annyi olyan lány volt, aki pontosan két fiút hívott meg közülük, mint ahány mindhárom fiút meghívta. Hány fiú járhat az osztályba, ha az osztálylétszám 25 fő, és minden lány meghívta a három fiú valamelyikét libalakovára?

AE: PASSZ OM: Biztosan 3. UM: Több megoldás van. ZC: Biztosan 14.

IA Egy digitális órán, mely órákat és percekét mutat 15:46 formában, egy teljes nap alatt összesen mennyi ideig láthatunk olyan időpontot, melyben egyszerre a 4-es és a 7-es számjegy is előfordul, de nem ugyanannyiszor?

AW: PASSZ CG: 3 percig MQ: 4 percig UG: 6 percig

IG Mennyi a következő szorzat értéke? $\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{2014}\right)$

EO: 1007 KC: 1007,5 MK: 1006,5 WO: PASSZ

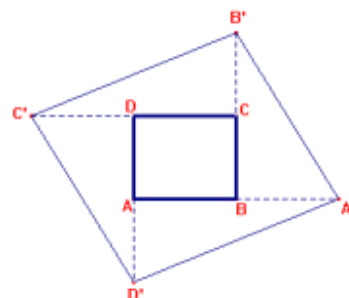
IM Hetedhét országban Szeptim király trónra kerülésének hetedik évfordulójára olyan sorszámozott érméket bocsátanak ki, melyeken a sorszám csak az 1, 2, 3, 4, 5, 6 és 7 számjegyeket tartalmazza, mindegyiket pontosan egyszer. Az érméket sorszámuk szerint növekvő sorrendbe rakják.

Szeptimina, a király legidősebb leánya éppen 16 éves, ezért ő kapja a 16. érmét.

Mi ennek az érmének a sorszáma?

BC: 1236574 DQ: 1236745 IA: PASSZ OG: 1236547

IS Az $ABCD$ téglalap A csúcsának B -re vonatkozó tükörképe A' , B csúcsának C -re vonatkozó tükörképe B' , a C D -re vonatkozó tükörképe C' , a D A -ra vonatkozó tükörképe D' . Hány dm^2 az $A'B'C'D'$ négyszög területe, ha az $ABCD$ téglalap területe 3 dm^2 ?

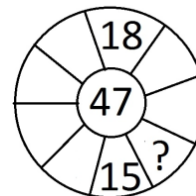


GK: 9 NO: 15 PQ: PASSZ SQ: 18

IY Adjuk össze az első 2012 prímszámot, valamint az első 1006 prímszámot.
A kapott összegek párosak vagy páratlanok?

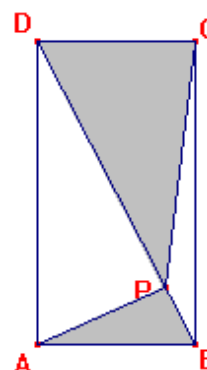
GW: Mindkettő páratlan JK: Mindkettő páros LG: Egyik páros, a másik páratlan RG: PASSZ

JE Milyen szám kerülhet a kérdőjel helyére, ha a körgyűrűn található bármely három szomszédos szám összege a körgyűrű közepén látható szám?



CM: 18 GE: 14 JW: 15 RY: PASSZ

JK Zita és Nóri egy 2000 m^2 területű téglalap alakú kertet örökölt nagybácsijától. (A kert alaprajza az ábrán látható $ABCD$ téglalap.) A végrendelet szerint, ha a téglalap BD átlójának B -hez közelebbi negyedelő pontja P , akkor Zitáé a PAB és a PCD háromszög. Hány m^2 Zita örökségének területe (a PAB és a PCD háromszög összterülete)?



FA: 750 IS: 500 TU: PASSZ XY: 1000

JQ Hetedhét országban Szeptim király trónra kerülésének hetedik évfordulójára olyan sorszámozott érméket bocsátanak ki, melyeken a sorszám csak az 1, 2, 3, 4, 5, 6 és 7 számjegyeket tartalmazza, mindegyiket pontosan egyszer. Az érméket sorszámuk szerint növekvő sorrendbe rakják.

Kisszeptim, a király legifjabb leánya éppen 12 éves, ezért ő kapja a 12. érmét.

Mi ennek az érmének a sorszáma?

BC: PASSZ DQ: 1236457 IA: 1235746 OG: 1235764

JW A Karethia bolygón a négy általunk ismert alpműveleten kívül még van kettő: a „ \circ ” és a „ \triangle ”. A „ \circ ” azt jelenti, hogy a két szám szorzatából kivonjuk a nagyobb számot; a „ \triangle ” pedig azt, hogy a két szám szorzatából kivonjuk az első kétszeresét. Mennyi lesz a következő kifejezés értéke?

$$(5\circ 3)\triangle(4\circ 8)$$

KO: 192 RM: PASSZ VK: 220 YK: 230

KC Hány olyan négyjegyű szám van, amely csak a 4, 5 és 6 számjegyeket tartalmazza, de mindegyiket legalább egyszer?

EU: 33 NI: PASSZ PW: 30 US: 36

- KI** Anna osztályába annyi diák jár, hogy bár nem tudjuk, ki mikor született, azt tudjuk, hogy biztosan van olyan hónap, amelyben legalább hárman ünnepelhetik születésnapjukat. Viszont ha eggyel többen lennének, akkor már legalább négy diákról mondhatnánk ugyanezt el anélkül, hogy ismernénk a születésnapját.

Hány diák jár Anna osztályába?

EC: 38

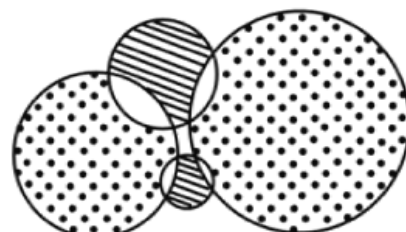
FM: 37

MW: 36

NU: PASSZ

- KO** Az ábrán egy-egy 1 cm, 2 cm, 3 cm és 5 cm sugarú kör látható. Hány cm^2 a bepontozott és a bevonalkázott rész területének különbsége?

(A körlapok metszetei nem mintáztak.)



FG: PASSZ

IG: Ennyi adatból nem lehet megállapítani.

LS: 29π

QO: 5π

- KU** Kati havonta egyszer vesz ruhát, és egy-két hetente vásárol a helyi kisboltban. Eddig készpénzben fizetett, amihez havonta egyszer bement a bankba, és 500 forint kezelési költségért vette ki a bankból havi fizetését. Most azon gondolkodik, hogy bankkártyát igényel a KockaBanktól. A kártya éves díja 3600 Ft. Minden hónapban az első kártyás fizetés díja 100 forint, a további kártyás vásárlásokért pedig az előző kártyás fizetés díjának felét számlázza ki a bank.

Jól jár-e Kati az adott vásárlási szokásai mellett, ha áttér a bankkártyás fizetésre?

BU: A bevásárlások gyakoriságától függ, hogy jól jár-e.

IY: PASSZ

OS: Igen, minden

XG: Nem

hónapban biztosan spórol. jár jól.

- LA** Gergő, Jani és Tibi, a 7. b osztály három oszlopos tagja Márton-napi libalakovára volt hivatalos az osztály lányaihoz. Háromszor annyi olyan lány volt, aki pontosan egy fiút hívott meg közülük, mint ahány mindhárom fiút meghívta. Kétszer annyi olyan lány volt, aki pontosan két fiút hívott meg közülük, mint ahány mindhárom fiút meghívta.

Hány fiú járhat az osztályba, ha az osztálylétszám 20 fő, és minden lány meghívta a három fiú valamelyikét libalakovára?

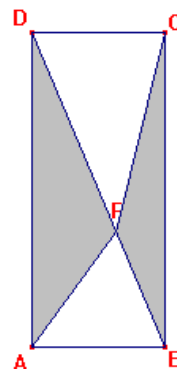
AE: Több megoldás van.

OM: PASSZ

UM: Biztosan 8.

ZC: Biztosan 14.

- LG** Zita és Nóri egy 900 m^2 területű téglalap alakú kertet örökölt nagybácsijától. (A kert alaprajza az ábrán látható ABCD téglalap.) A végrendelet szerint, ha a téglalap BD átlójának B -hez közelebbi harmadoló pontja P , akkor Nórié a PBC és a PDA háromszög. Hány m^2 Nóri örökségének területe (a PBC és a PDA háromszög összterülete)?



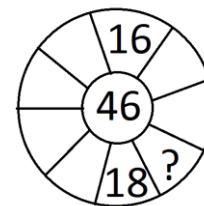
FA: 450

IS: 300

TU: 600

XY: PASSZ

- LM** Milyen szám kerülhet a kérdőjel helyére, ha a körgyűrűn található bármely három szomszédos szám összege a körgyűrű közepén látható szám?



CM: PASSZ GE: 12 JW: 16 RY: 18

- LS** Mennyi a következő szorzat értéke? $\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{2015}\right)$

EO: 1007,5 KC: PASSZ MK: 1008 WO: 1007

- LY** A derékszögű koordináta-rendszerben tekintsük a $(-1; -1)$, $(-1; 2)$, $(2; -1)$, $(2; 2)$ csúcsú négyzet oldalain és belsejében található rácspontokat. (A rácspont olyan pont, melynek mindkét koordinátája egész szám.)

Hány olyan négyzet van, melynek minden csúcsa az előbbi rácspontok valamelyike, és a négyzet oldala párhuzamos valamelyik koordinátatengellyel?

CA: 10 EI: PASSZ SE: 14 YQ: 13

- ME** Egy egyenlő szárú háromszög egyik szöge 68° .
Hány fok lehet a másik két szögének különbsége?

JE: 0° vagy 24° LM: PASSZ RS: 0° vagy 54° VQ: 24° vagy 54°

- MK** Hány olyan négyjegyű szám van, amely csak a 2, 3 és 5 számjegyeket tartalmazza, de mindegyiket legalább egyszer?

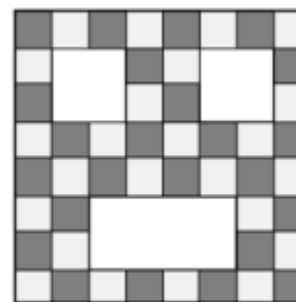
EU: 30 NI: 33 PW: 36 US: PASSZ

- MQ** Mennyi a $13^{2012} - 2012^{13}$ szám utolsó számjegye?

DE: 1 HC: 9 UY: 5 ZO: PASSZ

- MW** Egy papír sakkasztól kivágtunk néhány mezőt, így a következő táblát kaptuk. (A kivágott mezőket fehérrel jelöltük az ábrán.) Legfeljebb hány vezért tudunk elhelyezni az új táblán úgy, hogy egyik se tudja leütni a másikat?

(A vezér minden irányban, tehát vízszintesen, függőlegesen és átlósan is tud lépni akárhány lépést, de a kivágott mezőkön nem tud áthaladni.)



CY: 10 FY: PASSZ LY: 9 XA: 8

- NC** Hófehérke szerdától a következő hét keddjéig, hét napon keresztül főzte be a hét törpe által gyűjtött erdei gyümölcsöket. Csütörtöktől kezdve minden nap eggyel több üveg befőttet készített, mint az azt megelőző nap. Mikor elkészült, a befőttet igazságosan szétosztotta a törpék között. (Azaz minden törpe ugyanannyi üveg befőttet kapott, és az elkészült befőttet egyformák.)

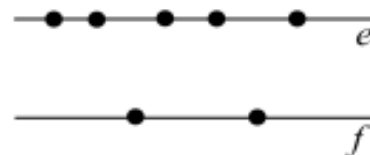
Melyik nap főzött be Hófehérke éppen annyi befőttet, amennyi egy törpének jutott?

AK: PASSZ CS: vasárnap PE: szombaton XS: pénteken

NI Szorozzuk össze az összes olyan egész számot, amely 150-nél nagyobb, de 200-nál nem nagyobb. Hány nullára végződik a szorzat?

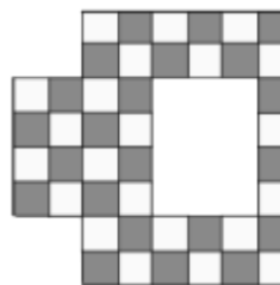
HO: 11 KU: 10 SK: PASSZ VE: 12

NO Legyen adott az ábra szerint az e egyenesen öt, az e -vel párhuzamos f egyenesen pedig két, azaz összesen hét pont. Hány olyan háromszög van, melynek mindhárom csúcsa az előbbi hét pont valamelyike?



FS: 30 OY: PASSZ QC: 35 XM: 25

NU Egy papír sakktablából kivágtunk néhány mezőt, így a következő táblát kaptuk. (A kivágtott mezőket fehérrel jelöltük az ábrán.) Legfeljebb hány vezért tudunk elhelyezni az új táblán úgy, hogy egyik se tudja leütni a másikat?



(A vezér minden irányban, tehát vízszintesen, függőlegesen és átlósan is tud lépni akárhány lépést, de a kivágtott mezőkön nem tud áthaladni.)

CY: 9 FY: 8 LY: 10 XA: PASSZ

OA Gergő, Jani és Tibi, a 7. b osztály három oszlopos tagja Márton-napi libalakomára volt hivatalos az osztály lányaihoz. Kétszer annyi olyan lány volt, aki pontosan egy fiút hívott meg közülük, mint ahány mindhárom fiút meghívta. Háromszor annyi olyan lány volt, aki pontosan két fiút hívott meg közülük, mint ahány mindhárom fiút meghívta.

Hány fiú járhat az osztályba, ha az osztálylétszám 20 fő, és minden lány meghívta a három fiú valamelyikét libalakomára?

AE: Biztosan 8. OM: Több megoldás van. UM: Biztosan 14. ZC: PASSZ

OG Egy digitális órán, mely órákat és percekét mutat 15:46 formában, egy teljes nap alatt összesen mennyi ideig láthatunk olyan időpontot, melyben egyszerre a 3-as és a 6-os számjegy is előfordul, de nem ugyanannyiszor?

AW: 7 percig CG: PASSZ MQ: 4 percig UG: 6 percig

OM Lovász László – Pelikán József – Vesztergombi Katalin: „Diszkrét matematika” című könyvének számozása a 6. oldalon kezdődik és a 296. oldalon végződik. Az utolsó két számozott oldal egy lapon van.

Hány olyan lap van a könyv első 50 lapja közül, melynek két oldalán szereplő oldalszámok számjegyeinek összege egyenlő 2 valamelyik hatványával?

GQ: 0 IM: 2 JQ: PASSZ TC: 1

OS Adjuk össze az első 2015 prímszámot, valamint az első 1001 prímszámot.

A kapott összegek párosak vagy páratlanok?

GW: Egyik páros, JK: PASSZ LG: Mindkettő páros RG: Mindkettő páratlan
a másik páratlan

OY A következő felírásban azonos betűk azonos számjegyeket, különböző betűk különböző számjegyeket, a pontok szorzást jelentenek. Mennyi a szorzat lehető legkisebb értéke, ha tudjuk, hogy a szorzat pozitív?

D·I·R·R·D·U·R·R

DK: 2880 KI: 60 RA: PASSZ UA: 48

PE Hányféleképpen olvasható ki a táblázatból a " KOCKAKOBAK " szó, ha csak jobbra vagy lefelé léphetünk?

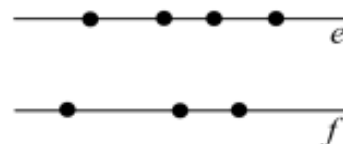
K	O	C	K			
O	C	K	A			
C	K	A	K			
			O	B	A	K
				A	K	
				K		

HU: PASSZ LA: 64 OA: 40 TO: 24

PK Egy egyenlő szárú háromszög egyik szöge 78° .
Hány fok lehet a másik két szögének különbsége?

JE: 0° vagy 24° LM: 24° vagy 54° RS: 0° vagy 54° VQ: PASSZ

PQ Legyen adott az ábra szerint az e egyenesen négy, az e -vel párhuzamos f egyenesen pedig három, azaz összesen hét pont. Hány olyan háromszög van, melynek mindhárom csúcsa az előbbi hét pont valamelyike?



FS: 30 OY: 20 QC: 25 XM: PASSZ

PW Szorozzuk össze az összes olyan egész számot, amely 350-nél nagyobb, de 400-nál kisebb. Hány nullára végződik a szorzat?

HO: PASSZ KU: 9 SK: 11 VE: 10

QC A következő felírásban azonos betűk azonos számjegyeket, különböző betűk különböző számjegyeket, a pontok szorzást jelentenek. Mennyi a szorzat lehető legkisebb értéke, ha tudjuk, hogy a szorzat pozitív?

K·I·P·P·K·O·P·P

DK: 48 KI: PASSZ RA: 2880 UA: 60

QO Mennyi a következő szorzat értéke? $\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{2013}\right)$

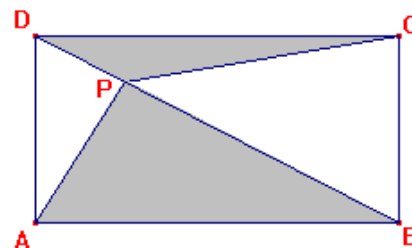
EO: 1007 KC: 1007,5 MK: PASSZ WO: 1006,5

RA Anna osztályába annyi diák jár, hogy bár nem tudjuk, ki mikor született, azt tudjuk, hogy biztosan van olyan hónap, amelyben legalább ketten ünnepelehetik születésnapjukat. Viszont ha eggyel többen lennének, akkor már legalább három diákról mondhatnánk ugyanezt el anélkül, hogy ismernénk a születésnapját.

Hány diák jár Anna osztályába?

EC: 24 FM: 12 MW: PASSZ NU: 25

- RG** Zita és Nóri egy 1600 m^2 területű téglalap alakú kertet örökölt nagybácsijától. (A kert alaprajza az ábrán látható $ABCD$ téglalap.) A végrendelet szerint, ha a téglalap BD átlójának D -hez közelebbi negyedelő pontja P , akkor Zitáé a PAB és a PCD háromszög. Hány m^2 Zita örökségének területe (a PAB és a PCD háromszög összterülete)?



FA: 600

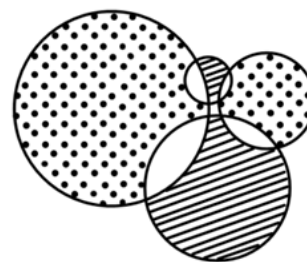
IS: PASSZ

TU: 800

XY: 400

- RM** Az ábrán egy-egy 1 cm , 2 cm , 3 cm és 4 cm sugarú kör látható. Hány cm^2 a bepontozott és a bevonalkázott rész területének különbsége?

(A körlapok metszetei nem mintázottak.)



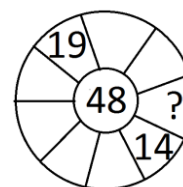
FG: Ennyi adatból nem lehet megállapítani.

IG: 2π

LS: PASSZ

QO: 10π

- RS** Milyen szám kerülhet a kérdőjel helyére, ha a körgyűrűn található bármely három szomszédos szám összege a körgyűrű közepén látható szám?



CM: 15

GE: PASSZ

JW: 14

RY: 19

- RY** A Karethia bolygón a négy általunk ismert alpműveleten kívül még van kettő: a „ \cup ” és a „ \triangleleft ”. A „ \cup ” azt jelenti, hogy a két szám szorzatából kivonjuk a nagyobb számot; a „ \triangleleft ” pedig azt, hogy a két szám szorzatából kivonjuk az első kétszeresét. Mennyi lesz a következő kifejezés értéke?

$$(5\cup 3)\triangleleft(3\cup 9)$$

KO: 144

RM: 160

VK: 170

YK: PASSZ

- SE** Józsi bácsinak is, Laci bácsinak is négyzet alakú kertje van. Mindkét négyzet oldalának hossza méterben mérve egész szám, a két kert területének különbsége 48 m^2 . Hány méter nem lehet Laci bácsi négyzet alakú kertjének az oldala?

BO: 13

NC: PASSZ

SW: 12

YE: 8

- SK** Kati havonta egyszer vesz ruhát, és egy-két hetente vásárol a helyi kisboltban. Eddig készpénzben fizetett, amihez havonta egyszer bement a bankba, és 800 forint kezelési költségért vette ki a bankból havi fizetését. Most azon gondolkodik, hogy bankkártyát igényel a KockaBanktól. A kártya éves díja 2400 Ft . Minden hónapban az első kártyás fizetés díja 300 forint, a további kártyás vásárlásokért pedig az előző kártyás fizetés díjának felét számlázza ki a bank.

Jól jár-e Kati az adott vásárlási szokásai mellett, ha áttér a bankkártyás fizetésre?

BU: Igen, minden hónapban

IY: Nem

OS: PASSZ

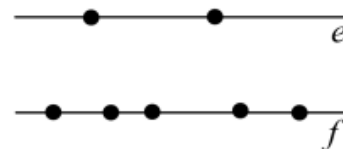
XG: A bevásárlások gyakoriságától

biztosan spórol.

jár jól.

függ, hogy jól jár-e.

- SQ** Legyen adott az ábra szerint az e egyenesen kettő, az e -vel párhuzamos f egyenesen pedig öt, azaz összesen hét pont. Hány olyan háromszög van, melynek mindhárom csúcsa az előbbi hét pont valamelyike?



FS: PASSZ OY: 30 QC: 25 XM: 35

- SW** Hófehérke péntektől a következő hét csütörtökjáig, hét napon keresztül főzte be a hét törpe által gyűjtött erdei gyümölcsöket. Szombattól kezdve minden nap eggyel több üveg befőttet készített, mint az azt megelőző nap. Mikor elkészült, a befőttet igazságosan szétosztotta a törpék között. (Azaz minden törpe ugyanannyi üveg befőttet kapott, és az elkészült befőttet egyformák.)

Melyik nap főzött be Hófehérke éppen annyi befőttet, amennyi egy törpének jutott?

AK: vasárnap CS: PASSZ PE: kedden XS: hétfőn

- TC** Hetedhét országban Szeptim király trónra kerülésének hetedik évfordulójára olyan sorszámozott érméket bocsátanak ki, melyeken a sorszám csak az 1, 2, 3, 4, 5, 6 és 7 számjegyeket tartalmazza, mindegyiket pontosan egyszer. Az érméket sorszámuk szerint növekvő sorrendbe rakják.

Szeptimó, a legidősebb királyfi éppen 15 éves, ezért ő kapja a 15. érmét.

Mi ennek az érmének a sorszáma?

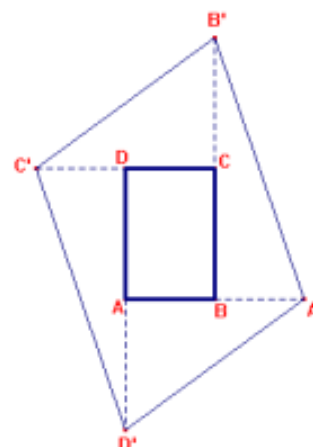
BC: 1236574 DQ: PASSZ IA: 1236547 OG: 1236475

- TO** Gergő, Jani és Tibi, a 7. b osztály három oszlopos tagja Márton-napi libalakovára volt hivatalos az osztály lányaihoz. Harmad annyi olyan lány volt, aki pontosan egy fiút hívott meg közülük, mint ahány mindhárom fiút meghívta. Fele annyi olyan lány volt, aki pontosan két fiút hívott meg közülük, mint ahány mindhárom fiút meghívta.

Hány fiú járhat az osztályba, ha az osztálylétszám 25 fő, és minden lány meghívta a három fiú valamelyikét libalakovára?

AE: Biztosan 3. OM: Biztosan 14. UM: PASSZ ZC: Több megoldás van.

- TU** Az $ABCD$ téglalap A csúcsának B -re vonatkozó tükörképe A' , B csúcsának C -re vonatkozó tükörképe B' , a C D -re vonatkozó tükörképe C' , a D A -ra vonatkozó tükörképe D' . Hány dm^2 az $A'B'C'D'$ négyszög területe, ha az $ABCD$ téglalap területe 5 dm^2 ?



GK: 25 NO: 30 PQ: 20 SQ: PASSZ

UA Anna arra volt kíváncsi, hogy az osztálytársainak születésnapja az idén a hét melyik napjára esik. Mikor ezt elmesélte Gergőnek, Gergő a következőket mondta: "Az osztályodba éppen annyi diák jár, hogy bár nem tudom, kinek mikor van a születésnapja, mégis biztosan van a hétnek olyan napja, amelyekre legalább öt születésnap esik. Viszont ha eggyel kevesebben lennétek, akkor már teljes bizonyossággal legfeljebb négy diákról mondhatnánk el ugyanezt." Hány diák jár Anna osztályába?

EC: 25 FM: PASSZ MW: 28 NU: 29

UG Mennyi a $17^{2012} - 2012^{17}$ szám utolsó számjegye?

DE: PASSZ HC: 5 UY: 9 ZO: 7

UM Lovász László – Pelikán József – Vesztergombi Katalin: „Diszkrét matematika” című könyvének számozása a 6. oldalon kezdődik és a 296. oldalon végződik. Az utolsó két számozott oldal egy lapon van.

Hány olyan lap van a könyvben, melynek két oldalán szereplő oldalszámok számjegyeinek összege egyenlő 2 valamelyik hatványával?

GQ: 3 IM: 2 JQ: 1 TC: PASSZ

US Szorozzuk össze az összes olyan egész számot, amely 200-nál nem kisebb, és 250-nél nem nagyobb. Hány nullára végződik a szorzat?

HO: 11 KU: 15 SK: 13 VE: PASSZ

UY Írjuk le egymás után az összes egész számot 1-től 2014-ig:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 ... 2013 2014

A számok közötti üres helyek mindegyikére tetszés szerint írjunk "+" vagy "-" jelet, így egy összeget kapunk. Mennyi nem lehet a kapott összeg?

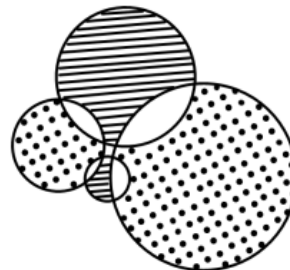
AQ: 1007 DW: -1009 ME: PASSZ PK: 1006

VE Kati havonta egyszer vesz ruhát, és egy-két hetente vásárol a helyi kisboltban. Eddig készpénzben fizetett, amihez havonta egyszer bement a bankba, és 400 forint kezelési költségért vette ki a bankból havi fizetését. Most azon gondolkodik, hogy bankkártyát igényel a KockaBanktól. A kártya éves díja 2400 Ft. Minden hónapban az első kártyás fizetés díja 100 forint, a további kártyás vásárlásokért pedig az előző kártyás fizetés díjának felét számlázza ki a bank.

Jól jár-e Kati az adott vásárlási szokásai mellett, ha áttér a bankkártyás fizetésre?

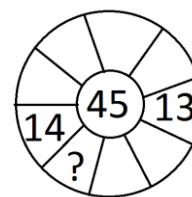
BU: PASSZ IY: A bevásárlások gyakoriságától OS: Nem XG: Igen, minden
függ, hogy jól jár-e. jár jól. hónapban biztosan spórol.

VK Az ábrán egy-egy 2 cm, 3 cm, 4 cm és 5 cm sugarú kör látható. Hány cm^2 -a bepontosított és a bevonalkázott rész területének különbsége?
(A körlapok metszetei nem mintázottak.)



FG: 2π IG: 14π LS: Ennyi adatból nem lehet megállapítani. QO: PASSZ

- VQ** Milyen szám kerülhet a kérdőjel helyére, ha a körgyűrűn található bármely három szomszédos szám összege a körgyűrű közepén látható szám?



CM: 18 GE: 13 JW: PASSZ RY: 14

- WO** Hány olyan négyjegyű szám van, amely csak az 1, 2 és 3 számjegyet tartalmazza, de mindegyiket legalább egyszer?

EU: 36 NI: 30 PW: PASSZ US: 33

- XA** A derékszögű koordináta-rendszerben tekintsük a $(-2; -2)$, $(-2; 1)$, $(1; -2)$, $(1; 1)$ csúcsú négyzet oldalain és belsejében található rácspontokat. (A rácspont olyan pont, melynek mindkét koordinátája egész szám.)

Hány olyan négyzet van, melynek minden csúcsa az előbbi rácspontok valamelyike, és a négyzet oldala párhuzamos valamelyik koordinátatengellyel?

CA: 14 EI: 10 SE: PASSZ YQ: 13

- XG** Adjuk össze az első 2014 prímszámot, valamint az első 1006 prímszámot. A kapott összeg párosak vagy páratlanok?

GW: PASSZ JK: Mindkettő páratlan LG: Mindkettő páros RG: Egyik páros, a másik páratlan

- XM** A következő felírásban azonos betűk azonos számjegyeket, különböző betűk különböző számjegyeket, a pontok szorzást jelentenek. Mennyi a szorzat lehető legkisebb értéke, ha tudjuk, hogy a szorzat pozitív?

H · I · P · P · H · O · P · P

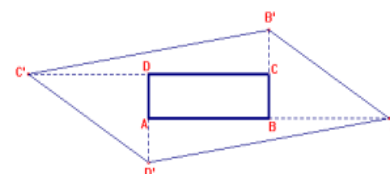
DK: PASSZ KI: 60 RA: 48 UA: 2880

- XS** Hányféleképpen olvasható ki a táblázatból a "KOCKAKOBAK" szó, ha csak jobbra vagy lefelé léphetünk?

K	O	C	K	A			
O	C	K	A	K			
				O	B	A	K
				B	A	K	
				A	K		
				K			

HU: 64 LA: 40 OA: PASSZ TO: 24

- XY** Az $ABCD$ téglalap A csúcsának B -re vonatkozó tükörképe A' , B csúcsának C -re vonatkozó tükörképe B' , a C D -re vonatkozó tükörképe C' , a D A -ra vonatkozó tükörképe D' . Hány dm^2 az $A'B'C'D'$ négyszög területe, ha az $ABCD$ téglalap területe 6 dm^2 ?



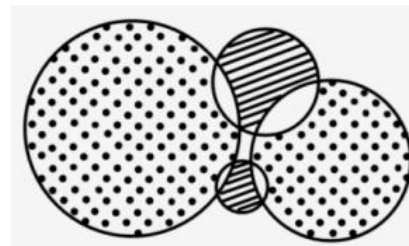
GK: PASSZ NO: 24 PQ: 30 SQ: 18

YE Hófehérke szombattól a következő hét péntekjéig, hét napon keresztül főzte be a hét törpe által gyűjtött erdei gyümölcsöket. Vasárnaptól kezdve minden nap eggyel több üveg befőttet készített, mint az azt megelőző nap. Mikor elkészült, a befőttet igazságosan szétosztotta a törpék között. (Azaz minden törpe ugyanannyi üveg befőttet kapott, és az elkészült befőttök egyformák.)

Melyik nap főzött be Hófehérke éppen annyi befőttet, amennyi egy törpének jutott?

AK: kedden CS: hétfőn PE: szerdán XS: PASSZ

YK Az ábrán egy-egy 1 cm, 2 cm, 3 cm és 4 cm sugarú kör látható. Hány cm^2 a bepontozott és a bevonalkázott rész területének különbsége? (A körlapok metszetei nem mintáztak.)



FG: 20π

IG: PASSZ

LS: 4π

QO: Ennyi adatból nem lehet megállapítani.

YQ Józsi bácsinak is, Laci bácsinak is négyzet alakú kertje van. Mindkét négyzet oldalának hossza méterben mérve egész szám, a két kert területének különbsége 32 m^2 .

Hány méter nem lehet Laci bácsi négyzet alakú kertjének az oldala?

BO: 8 NC: 7 SW: PASSZ YE: 9

ZC Lovász László – Pelikán József – Vesztergombi Katalin: „Diszkrét matematika” című könyvének számozása a 6. oldalon kezdődik és a 296. oldalon végződik. Az utolsó két számozott oldal egy lapon van.

Hány olyan lap van a könyv első 100 lapja közül, melynek két oldalán szereplő oldalszámok számjegyeinek összege egyenlő 2 valamelyik hatványával?

GQ: 0 IM: PASSZ JQ: 2 TC: 1

ZO Írjuk le egymás után az összes egész számot 1-től 2012-ig:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 ... 2011 2012

A számok közötti üres helyek mindegyikére tetszés szerint írjunk "+" vagy "-" jelet, így egy összeget kapunk. Mennyi nem lehet a kapott összeg?

AQ: -1008 DW: PASSZ ME: 1007 PK: 1006