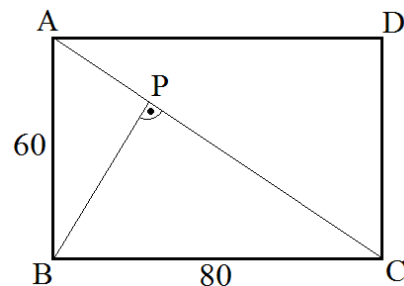


KockaKobak Országos Matematikaverseny
DÖNTŐ – 9-10. osztály
2015. január 10.

1. Ha $6a + 5 = 2b - 1 = 3c - 1$, akkor az a , b és c pozitív számok közül melyik a legkisebb?
(A) a (B) b (C) c (D) Nem egyértelműen eldönthető
2. Egy sorozat első n tagjának szorzata n , minden $n \geq 1$ egész számra. Mennyi a sorozat századik és tizedik tagjának hányadosa?
(A) 10 (B) $\frac{10}{11}$ (C) $\frac{10}{9}$ (D) $\frac{11}{10}$
3. Mennyi a $\frac{1+2+3+\dots+2014}{1+2+3+\dots+2015}$ tört értéke?
(A) $\frac{2013}{2015}$ (B) $\frac{2015}{2016}$ (C) $\frac{2014}{2015}$ (D) $\frac{1007}{1008}$
4. Mennyi a $\sqrt{4+\sqrt{12}} \cdot \sqrt{4+\sqrt{12+\sqrt{12}}} \cdot \sqrt{4-\sqrt{12+\sqrt{12}}}$ kifejezés értéke?
(A) 2 (B) $\sqrt{1+\sqrt{12}}$ (C) $\sqrt{2+\sqrt{12}}$ (D) 4
5. Egy n -oldalú konvex sokszög átlóinak száma $21n$. Mennyi n értéke?
(A) 33 (B) 35 (C) 42 (D) 45
6. Milyen maradékot ad az $N = 1! + 2! + 3! + \dots + 100!$ szám 18-cal osztva?
(A) 3 (B) 9 (C) 11 (D) 13
7. Az $ABCD$ téglalap két szomszédos oldala 60 és 80 egység hosszú. Mekkora távolságra van a B csúcs az AC átlótól?
(A) 45 (B) 48 (C) 50 (D) 54



9. Melyik az a legkisebb n természetes szám, amelyre $\frac{9!}{n}$ értéke négyzetszám?

- (A) 35 (B) 70 (C) 140 (D) 210

10. Az $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ halmaznak hány olyan nem üres részhalmaza van, melyekben nincs két olyan elem, melyek összege 13 lenne?

- (A) 63 (B) 242 (C) 728 (D) 729

11. Szervác 6, Pongrác 7, és Bonifác is 7 cipót hozott a piknikre; míg Jeromos nem hozott élelmet. A cipókon egyenlően megosztottak, majd a végén Jeromos 20 tallért adott vendéglátóinak. Hány tallér jár ebből Pongrácnak?

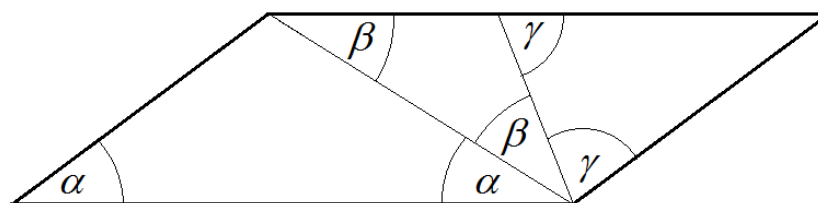
- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8

12. Egy téglalapot az oldalakkal párhuzamos vágásokkal 9 kisebb téglalagra daraboltunk. Ezekből néhánynak ismerjük a területét – ezt a téglalapokba írt számok mutatják. Mekkora annak a téglalapnak a területe, amelyben az x áll?

36	42	
24		x
	38	28

- (A) 20 (B) 22 (C) 24 (D) 26

13. Egy paralelogrammát az ábra szerint fel tudunk darabolni három egyenlő szárú háromszögre. Mekkora a paralelogramma hegyesszöge?



- (A) 18° (B) 36° (C) 60° (D) 72°

14. Legalább hány betűcserére van szükség ahhoz, hogy eljussunk a MONDA szótól az ADNOM szóhoz, ha egyszerre csak két szomszédos betűt cserélhetünk fel?

- (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 12

15. Egy szabályos 15-szög csúcsai közül hányféleképpen választhatunk ki hármat, melyek egy szabályos háromszög csúcsait alkotják?

- (A) 3 (B) 5 (C) 10 (D) 15

16. Jelentse R_k azt a tízes számrendszerben felírt számot, amely k db 1-es számjegyből áll. (Például $R_3 = 111$, $R_5 = 11111$.) Ha R_{24} -et elosztjuk R_4 -gyel, akkor a hányados tízes számrendszerbeli alakja csupa 1 és 0 számjegyekből áll. Mennyi a 0 számjegyek száma?

- (A) 6 (B) 15 (C) 18 (D) 20

17. Egy szabályos 12-szögnek legfeljebb hány csúcsát választhatjuk ki úgy, hogy bármely két kiválasztott csúcs távolsága különböző legyen?

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

18. Jelölje $M(x, y)$ az egymástól különböző x és y valós számok közül a nagyobbikat, $m(x, y)$ pedig a kisebbiket. Ha $a < b < c$, akkor mennyi $M(m(M(a, b), c), m(a, M(b, c)))$ értéke?

- (A) a (B) b (C) c (D) $M(b, c)$

19. Adj meg öt egész számot, melyek összege is, szorzata is 10. Hány megoldása van a feladatnak? (A számok sorrendjére nem vagyunk tekintettel.)

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

20. Van 4 dobozunk, ezeket 1-től 4-ig megszámoztuk. Van még egy urnánk is. A dobozokban kezdetben golyók vannak. Egy lépésben egy olyan dobozt üríthetünk ki, amelyben annyi golyó van, amennyi a doboz sorszáma. A kiürítés úgy történik, hogy a golyók közül egyet az urnába teszünk, és a maradékot egyenlően szétosztjuk a kisebb sorszámú dobozokba – azaz mindegyikbe egy golyót teszünk.

Az 1., 2., 3., 4. dobozokba az alább felsorolt módon helyeztünk el golyókat. A három lehetőség közül melyik az, amelynél az összes doboz kiüríthető a megadott eljárással?

- (A) (1, 2, 3, 4) (B) (0, 0, 2, 4) (C) (0, 2, 3, 4) (D) (0, 2, 0, 4)

21. Milyen számjegyet jelöl n , ha 16 osztója a 9-jegyű $\overline{1357920n8}$ számnak?

- (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8

22. A szabályos ötszögalapú hasáb lapjaira síkokat fektetünk.

Ezek a síkok hány részre osztják a teret?

- (A) 45 (B) 48 (C) 51 (D) 76

23. Hány olyan pozitív egész szám van, mely szám prímtényezőinek összege 12?

(Például a 18 prímtényezőinek összege $2+3+3=8$, mivel $18=2\cdot 3\cdot 3$.)

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8

24. Egy 13 km-es út két végéről egy időben elindul egymás felé két kerékpáros. A lassabb 10 km/h, a gyorsabb 16 km/h sebességgel halad. Az indulás pillanatában az egyik kerékpárról startol egy légy, és 20 km/h sebességgel halad a másik kerékpáros felé. Amint odaér, megfordul és jön az előző kerékpárhoz. Így cikázik a két kerékpár között addig, amíg azok nem találkoznak. Összesen hány kilométert tett meg a légy az útja során?

- (A) 10 (B) 13 (C) 20 (D) 26

25. Mennyi a $(\sqrt{3} + 1)^3 - (\sqrt{3} - 1)^3$ kifejezés értéke?

- (A) 14 (B) 16 (C) 20 (D) 22